

by Neil B. Copland

Аннотация: Эти лекционные заметки вводят теории кратных мембран, известных как BLG и ABJM. Мы предполагаем, что читатель знаком со струнной теорией, но не с M-теорией, 11-мерной супергравитацией или мембранами. Поэтому мы начинаем с M-теории и ее объектов перед обсуждением BLG и ABJM. Всюду будет прослеживаться связь со струнной теорией через размерную редукцию.

Содержание

1 Введение	2
2 Введение в M-теорию.....	2
2.1 Одиннадцати-мерная супергравитация.....	4
2.2 Десять размерностей из одиннадцати: Струнная теория типа IIA.....	6
2.3 Десять размерностей из одиннадцати: Другие струнные теории.....	7
2.4 Одиннадцать размерностей из десяти.....	8
3 Браны в M-теории.....	10
3.1 M2-брана как супергравитационное решение.....	10
3.2 Действие мирового объема для одной мембраны.....	11
3.3 Суперструна из мембраны.....	11
3.4 D2-брана из мембраны.....	12
3.5 M5-брановое решение для супергравитации.....	13
3.6 Действие для мирового объема M5-браны и редукция.....	13
3.7 Пересечения M-бран и открытые мембраны.....	14
3.8 Степени свободы совпадающих бран.....	14
4 Теория BLG.....	16
4.1 В направлении к теории кратных бран.....	16
4.2 Соединители и 3-скобки.....	17
4.3 Лагранжиан Bagger-Lambert.....	17
4.4 Связь с формулировкой Густавсона (Gustavsson).....	19
4.5 D2 из M2.....	20
4.6 Прогресс и проблемы.....	21

5 ABJM.....	23
5.1 BLG как бифундаментальная калибровочная теория.....	23
5.2 BLG в суперпространстве $N = 2$	24
5.3 Обобщение отойдя от $SU(2)$	24
5.4 Что описывает ABJM?.....	25
5.5 Улучшение суперсимметрии и операторы монополя.....	26
5.6 Гравитационная дуальность.....	27
5.7 Обзор.....	27
Библиография.....	28

Введение

Эти лекции имеют целью дать вводный обзор М-теории, фокусируясь на ее фундаментальные объекты: мембраны и пятибраны, прежде, чем перейти на более детализированный взгляд на теории BLG и ABJM, которые, как многие верят, описывают кратные мембраны. Ясно, что этот огромный предмет и огромная область не будут обсуждаться подробно, например, в дискуссии об М-теории не будет обсуждаться матричная теория, и поэтому я буду всегда стараться уяснить отношения к струнной теории; здесь не будет обсуждаться и компактификация М-теории до четырех размерностей. Аналогично, обсуждение BLG (Bagger-Lambert-Gustavsson) и ABJM (Aharony, Bergman, Jafferis and Maldacena) имеет целью только дать основы, а не огромное количество работ, которые были созданы впоследствии.

Первая лекция будет обсуждать основы М-теории, особенно мембраны. Надеюсь, это обеспечит некоторый контекст для последних двух лекций, которые будут посвящены BLG и ABJM, соответственно. Здесь не должно быть слишком много специфических соглашений, отличных от принятых в струнной теории. Здесь будут, однако, выписаны некоторые суперпространственные выражения, хотя они детально не будут обсуждаться.

Это означает, что настоящая работа является введением в тему, а не его обзор, хотя я и пытался расположить главные составные части работы так, чтобы каждая связанная статья исчерпывала бы материал, находящийся вне рамок этих заметок. Полезные источники для ссылок являются: для первой лекции - Townsend[1] для дуальностей, а для некоторых явных вычислений[2]. Для бран в М-теории смотри обзор Bergman[3]. Для BLG и ABJM лучший источник - оригинальные статьи [4, 5, 6, 7, 8] и также обзор[9].

Глава 2

Введение в М-теорию

Сейчас прошло 15 лет с открытия существования М-теории. Я говорю "существование М-теории было открыто", вместо "М-теория была открыта", потому что мы еще знаем очень мало о том, что в действительности представляет из себя М-теория. М-теория действительно родилась, когда бы-

ло понято, что сильно взаимодействующий предел струнной теории типа IIA является одиннадцатимерным и, что низкоэнергетический предел этой одиннадцатимерной теории был одиннадцатимерной супергравитацией. Виттен назвал этот предел М-теорией и стало понятно, что все пять струнных теорий могут быть получены из одиннадцатимерной теории, которая является тем, что более общо называется М-теорией.

Конечно, первый вопрос, который обычно задают об М-теории - что означает "М"? Это действительно не было определено в начале и Виттен(Witten) сам сказал, что это означает магическая(Magic), таинственная(Mystery) или матричная(Matrix) – кому как нравится. С тех пор было много других предложений - от "материнской"(Mother) до " темной, путаной, или беспорядочной" (Murky, Muddled or Messy). Другое популярное предложение - это то, что М - это перевернутое 'W' для Witten.

Более разумная идея - это то, что 'М' означает мембрана, т.к. М-теория является теорией мембран – которая, кажется, играет роль струн - вместе с пятибранами, которые больше похожи на D-браны. Много, что сейчас известно о М-теории основано на 11-мерной супергравитации, а мембрана и пятибрана являются ее решениями. Как мы увидим во второй лекции, мы также имеем лагранжианы для одной мембраны или пятибраны, но когда мы хотим анализировать множество совпадающих бран М-теории, тогда проявляется наш недостаток знания фундаментальной теории.

Другой вопрос, который немедленно возникает - почему 11-мерная? Что является таким привлекательным в этом числе и почему мы останавливаемся здесь? Как обычно, мощным инструментом, который может привести к простым аргументам, является суперсимметрия. Если мы смотрим на суперсимметричную теорию без массовых частиц спина больше двух, тогда максимальная разрешенная размерность равна 11. В действительности, даже до прихода М-теории изучение 11-мерной супергравитации рассматривалось как возможное начало унифицированной теории; она является максимальной супергравитационной теорией и все другие супергравитации могут быть выведены из нее размерной редукцией. Одиннадцать является также максимальной размерностью, которая допускает суперсимметричные протяженные объекты.

Мы уже упомянули, что теория содержит мембраны и пятибраны, а супермембранное действие было также известно до появления концепции М-теории. Она может быть дважды размерно редуцирована до получения фундаментальной струны в струнной теории типа IIA. Конечно, она может быть прямо размерно редуцирована до D2-браны, когда мы не отождествляем компактифицированное прочстранственно-временное направление с одним из направлений мирового объема. Пятибрана может также быть редуцирована двумя путями и до 'D-брановой революции' это выглядело как недостаток теории. Вместе с рр-волной и решениями монополя Калуцы-Клейна, которые также представлены в 11 размерностях, мембрана и пятибрана могут быть редуцированы до получения всех бран струнной теории IIA. Использование различных компактификаций здесь образует сеть дуальностей, связывающих пять различных струнных теорий между собой и с этой таинственной 11-мерной М-теорией.

Поэтому, пять пертурбативных струнных теорий включаются в категорию уникальной непертурбативной М-теории. Очевидно, это не совсем так в практическом смысле, а так как мы знаем слишком мало об М-теории, то нет еще необходимости полностью отказываться от струнной теории! Естественно тогда спросить, почему так мало прогресса в понимании М-теории в то время, как так много сделано в струнной теории? В конечном счете ответ заключается в том, что сделать это - трудно!

Самая обещающая разработка в последние годы - это теории BLG (Bagger-Lambert- Gustavsson)[4, 5, 6, 7] и ABJM(Aharony-Bergman-Jafferis-Maldacena)[8]. Они являются описаниями полевых теорий на совпадающих мембранах. Знание действий и алгебр полей этих мембранных мировых объемов должно, как ожидается, привести к пониманию того, чем являются фундаментальные степени свободы и ответить на вопросы, касающиеся вычисления связанных с ними величин.

В конце концов, мы еще продолжаем искать в М-теории ответы на самые важные вопросы, и это является одной из вещей, которые делают поиски таким увлекательными.

2.1 Одиннадцатимерная супергравитация.

Долгое время, когда люди говорили, что они делают М-теорию, они на самом деле делали 11-мерную супергравитацию, которая принимает относительно простую форму по сравнению с низкоразмерными супергравитациями (а все более низко-размерные супергравитации следуют из размерной редукции). В действительности, получающиеся - другие (особенно 4-мерные) - супергравитации были главной мотивацией для записи ее на первом месте. Это было сделано Cremmer, Julia и Scherk[10] в 78-ом году. Полевое содержание состоит из метрики $g_{\mu\nu}$, поля антисимметричного тензора ранга 3 $C_{\mu\nu\rho}$ и 32 компонент гравитино Майорана Ψ_μ^α . Они имеют 44, 84 и 128 физических степеней свободы соответственно (Это получается, если мы предположим, что поле C является трансверсальным, т.е. мы имеем инвариантность при калибровочном преобразовании $C \rightarrow C + d\Lambda$, где Λ – это 2-форма). Лагранжиан задан следующим образом:

$$I_{11} = \frac{1}{16\pi G_N^{(11)}} \int d^{11}x \sqrt{-g^{(11)}} \left[R_{(11)} - \frac{1}{2 \cdot 4!} G^2 - \frac{1}{2} \bar{\Psi}_\mu \Gamma^{\mu\nu\rho} D_\nu(\Omega) \Psi_\rho - \frac{1}{192} (\bar{\Psi}_\mu \Gamma^{\mu\nu\rho\lambda\sigma\tau} \Psi_\tau + 12 \bar{\Psi}_\nu \Gamma^{\rho\lambda} \Psi_\sigma) G_{\nu\rho\lambda\sigma} \right] - \frac{1}{96\pi G_N^{(11)}} \int C \wedge G \wedge G + \text{terms quartic in } \Psi$$

(2.1.1)

Где $G=dC$ – поле напряженности C , а Ω_μ^{ab} – это спиновая связность, которая появляется в ковариантной производной $D_\nu(\Omega) \Psi_\rho = (\partial_\nu - \frac{1}{4} \Omega_\nu^{ab} \Gamma_{ab}) \Psi_\rho$.

Заметим, что член Черна-Симонса для $C_{\mu\nu\rho}$ позволяет мембранам взаимодействовать с пятибра-нами. Уравнение движения для потенциала – 3-формы C может быть переписан в форме

$$d \left(*G + \frac{1}{2} C \wedge G \right) = 0$$

(2.1.2)

Где $*G$ – дуальность Ходжа для G . Оно имеет форму тождества Бьянки и мы можем отождествить $*G + \frac{1}{2} C \wedge G$ с $dC^{(6)}$ где $C^{(6)}$ – это потенциал – 6-форма и дуальна к C . Напряженность поля $C^{(6)}$ – это $G^{(7)} = *G + dC^{(6)} - C \wedge G / 2$. Появление C в этой напряженности поля делает сложным переформулировку действия в терминах только дуальной полевой напряженности. Существование потенциалов 3-формы и 6-формы намекало на протяженные объекты с 3 и 6 пространственно-временными размерностями мировых объемов, даже до “D-брановой революции” в струнной теории. Конечно, как сказано, это только квантовая теория гравитации со всеми стандартными ренормализуемостью. Это только низко-энергетический предел М-теории, в точности как супергравитация типа IIA является низко-энергетическим пределом струнной теории тип II.

