2.1 Единицы измерений и параметры

Единицы измерения есть ничто иное, кроме как фиксированные количества, которые мы используем для ссылок. Измерение вовлекает процесс поиска свободного от единиц отношения наблюдаемой величины к соответствующей единице. Рассмотрим, например, определение секунды в международной системе единиц (системе SI). Секунда в SI (s) определена, как продолжительность 9 192 631 770 периодов радиационной волны, излучаемой при переходе атома цезия-133 между двумя гипертонкими уровнями. Когда мы измеряем время, прошедшее между двумя событиями, мы, в действительности, определяем свободное от единиц, или безразмерное, число: количество, которое говорит нам о том, сколько секунд проходит между двумя событиями. То же самое верно для длины. Единица, называемая метром (m) теперь определяется как расстояние, которое проходит свет за некоторую часть секунды (чтобы быть точным, за 1/299792458 часть секунды). Масса вводит третью единицу, прототип килограмма (kg), бережно хранящийся в Севре, во Франции.

При размерном анализе мы обозначаем единицы длины, времени и массы буквами L, T, M, соответственно. Они называются тремя основными единицами. Сила, например, имеет единицы

$$[F] = MLT^{-2}\,, \qquad (2.1)$$

где $[X]$ означает единицы величины X. Уравнение (2.1) следует из закона Ньютона, который приравнивает силу, действующую на тело, произведению его массы и его ускорения. Ньютон (N) есть единица силы в системе SI и равна kg·m/s^2.

Интересно то, что не нужно больше никаких базовых единиц для описания других величин. Рассмотрим, например, электрический заряд. Нужны ли нам новые единицы для описания заряда? В действительности, нет. Это легко видеть в Гауссовой системе единиц. В этих единицах закон Кулона для силы $|F|$ между двумя зарядами q_1 и q_2, находящимися на расстоянии r друг от друга, имеет вид:

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \qquad (2.2)$$

Единицы заряда фиксированы в терминах других единиц, потому что мы имеем закон для силы, в который входят заряды, а все другие величины имеют известные единицы. esu - это Гауссовская единица заряда и она определена тем, что два заряда, каждый имеющий величину esu, помещенные на расстоянии один см друг от друга, отталкиваются друг от друга с силой, равной одному дину (Гауссовой единицей силы, равной 10^{-5} N). Таким образом,

$$\mathrm{esu}^2 = \mathrm{dyne} \cdot \mathrm{cm}^2 = 10^{-5}\ \mathrm{N} \cdot (10^{-2}\mathrm{m})^2 = 10^{-9}\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2. \qquad (2.3)$$

Это приводит к

$$[\mathrm{esu}^2] = [\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2]. \qquad (2.4)$$

а, используя (2.1), наконец, получаем

$$[\mathrm{esu}] = \mathrm{M}^{1/2}\mathrm{L}^{3/2}\mathrm{T}^{-1}\ . \qquad (2.5)$$

Это выражает esu через три базовые единицы.

В единицах SI заряд измеряется в кулонах (C). Ситуация в SI немного более сложная, но в сущности, та же. Кулон определяется в SI, как количество электричества, которое переносится током в 1 ампер (A) в одну секунду. Сам ампер определяется, как ток, который, если он идет по двум проводам, находящимся на расстоянии 1 метр друг от друга, то на них действует сила 2×10^{-7} N/m. Кулон, в противоположность esu, не выражается через метры, килограммы и секунды. Закон Кулона в единицах SI есть

$$|\vec{F}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1 q_2|}{r^2} \qquad (2.6)$$

с $$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.99 \times 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

Заметим присутствие C^{-2} в определении постоянного коэффициента. Так как каждый заряд несет рамерность C, то все размерности с C сокращаются при вычислении силы. Два заряда, каждый имеющий величину в один кулон, помещенные на 1 метр друг от друга, испытывают силу 8.99×10^9 N. Этот факт дает возможность определить (Задача 2.1), сколько esu в кулоне. Хотя мы и не записали кулоны в терминах других единиц, но это является просто случай удобства. Кулоны и esu связаны, а esu записывается в терминах трех базовых единиц.

Когда мы говорим о параметрах в теории, удобно различать размерные и безразмерные параметры. Рассмотрим, например, теорию, в которой имеется три типа частиц, с массами m_1, m_2, m_3. Мы можем думать о теории, как имеющей один размерный параметр, скажем массу m_1 первой частицы, и два безразмерных параметра, отношения масс m_2/m_1 и m_3/m_1.

Считается, что струнная теория не имеет нерегулируемых параметров. Это означает, что никаких безразмерных параметров не требуется для формулирования струнной теории. Однако, струнная теория имеет один размерный параметр. Этот параметр - струнная длина ℓ_s. Эта длина устанавливает масштаб, в котором работает теория. В начале 1970х годов, когда струнная теория была впервые сформулирована, эта теория рассматривалась, как теория адронов. Тогда струнная длина была взята сравнимой с ядерным масштабом. В наши дни мы думаем, что струнная теория - это теория фундаментальных сил и взаимодействий. Соответственно, мы устанавливаем струнную длину на много меньшую величину, чем ядерный масштаб.